

χ -е g -я в интер-аи σ раре в пер-х Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v dV = \oint_{\Sigma} \rho n d\Sigma;$$

(в случае оттока от Σ берем)

$$\oint_{\Sigma} \rho n d\Sigma = \int_V \operatorname{div} \Pi dV = \int_V \left(\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \Pi_3}{\partial x_3} \right) dV$$

Π -тензор напряжений

$$\Pi = \begin{pmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} & \Pi_{23} \\ \Pi_{31} & \Pi_{32} & \Pi_{33} \end{pmatrix}$$

Если Π симметричен
и $\Pi = -pI$, I -единичный тензор

$$\operatorname{div}(\varphi A) = \varphi \operatorname{div} A + (A; \Delta \varphi);$$

Π_{ii} - отвечает за "чистое" сжатие

Π_{ij} ($i \neq j$) - отвечает за касательные напряжения

$$\Pi = -pI + \hat{\sigma}, \quad \hat{\sigma} \text{ - тензор вязких напряжений}$$

Тензор ск-мех деформации
описывает изм. кинетического объема по
времени и величине, но не опис. и не
зависит от перемещения этого объема
как целого

$$\dot{S} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

$\hat{\sigma}$ тензор вязких напряжений
линейно от тензора ск-мех деформации
 $\hat{\sigma} = a \dot{S} + b I$; $\hat{\sigma} = 2\mu \dot{S} + \bar{\mu} \operatorname{div} \dot{S} I$ сг.с.

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \bar{\mu} \operatorname{div} \dot{S} & \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & 2\mu \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \bar{\mu} \operatorname{div} \dot{S} & \mu \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) & \mu \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) & 2\mu \frac{\partial v_3}{\partial x_3} + \bar{\mu} \operatorname{div} \dot{S} \end{pmatrix}$$